

19-7-2013

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	C	C	A	C	B	B	C	B
II	B	C	C	C	C	B	B	B
III	C	B	D	D	A	A	A	C
IV	B	C	B	D	C	C	B	C

Si ricorda che in questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate, risposte giuste ma non giustificate non saranno considerate valide.

ESERCIZIO 1. (2+2+2+1+5) Si consideri la funzione dipendente da un parametro intero $n \geq 1$

$$f_n(x, y) = -y^2 + xe^{-nx}$$

1. Si calcolino (in funzione del valore del parametro n)

$$\inf_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f_n(x, y), \quad \sup_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f_n(x, y).$$

(in caso di dubbio si consiglia di cominciare a capire partendo da $f_0, f_1 \dots$)

2. Per quali n la curva $\gamma_n = \{x, y \in \mathbb{R}^2 \mid f_n(x, y) = \frac{1}{2e}\}$ è regolare?
3. Per quali punti (x, y) esiste (finito o infinito) il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x, y)$? Si calcoli il valore di tale limite, ove esiste.
4. (facoltativo) Si consideri l'insieme C dei punti su cui questo limite esiste ed è un numero (cioè è diverso da $\pm\infty$). Su tale insieme C la convergenza è uniforme?
5. (*per chi sostiene esame 12CFU senza probabilità)
Fissando n , si calcoli $\int_{\Omega} f_n(x, y) dx dy$ sul dominio

$$\Omega = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| < 1, |x + y| < 1 \right\}.$$

Si calcoli inoltre $\inf_{(x,y) \in \Omega} f_n(x, y)$ e $\sup_{(x,y) \in \Omega} f_n(x, y)$.

ESERCIZIO 2.(5) Determinare se il seguente campo $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ è conservativo ed eventualmente trovarne il potenziale

$$F = (4x^3y^4 + 2x)e_1 + (4y^3x^4 + 2y)e_2.$$

ESERCIZIO 3.(2+2+1)

1. La durata (in minuti) di una telefonata ad un centralino di assistenza clienti é modellata da una variabile aleatoria esponenziale X :

$$P(a \leq X \leq b) = 2 \int_a^b e^{-2x} dx, \quad (0 \leq a \leq b).$$

Calcolare il valore atteso $E[X]$ e la varianza $Var(X)$.

2. Ogni telefonata viene tariffata a scatti, nella misura di un euro al minuto (o frazione, cosicché una telefonata di 3'26" costerà 4 euro). Detta Y la variabile aleatoria discreta che rappresenta il costo (in euro) di una telefonata, calcolare il valore atteso $E[Y]$ e la varianza $Var(Y)$.
3. Qual'è la probabilità che Y assuma un valore pari?