19-7-2013

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	A	D	A	C	C	D	D	C
II	B	A	C	C	C	D	C	A
III	C	C	A	D	B	D	C	C
IV	B	C	D	A	A	D	C	A

Si ricorda che in questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate, risposte giuste ma non giustificate non saranno considerate valide.

ESERCIZIO 1. (2+2+2+5) Sia $f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$, .

a Trovare i punti stazionari di f e dire se si tratta di massimi o minimi locali.

b Determinare

$$\inf_{(x,y)\in\mathbb{R}^2} f(x,y), \qquad \sup_{(x,y)\in\mathbb{R}^2} f(x,y)$$

c Dire se l'insieme $C := \{(x,y) : f(x,y) = 0\}$ è una curva regolare. Verificare che $(-2/3, -4/3) \in C$ e determinare la retta tangente a C in $(-2/3, -4/3)$.

d (*per chi sostiene esame 12CFU senza probabilità)
Sia $D := \{(x,y) : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$. Calcolare

$$\inf_{(x,y)\in D} f(x,y), \qquad \sup_{(x,y)\in D} f(x,y);$$

$$\int_D f(x,y)dxdy.$$

ESERCIZIO 2.(3+1+1+1)
Considerare il seguente campo vettoriale dipendente da un parametro $n \in \mathbb{N}$

$$F_n(x,y) = (e^{-ny^2}, -2nxye^{-ny^2}).$$

1. Considerare il caso $n = 1$. Il campo F_1 è conservativo? In caso affermativo calcolarne il potenziale.
2. Dire per quali $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ esiste il limite $\lim_{n\to+\infty} F_n(x,y)$.
3. Sia γ_1 il segmento congiungente i punti $(-1,1)$ e $(1,1)$; calcolare il limite ℓ_1 dell'integrale di linea di F_n su γ_1:

$$\ell_1 := \lim_{n\to+\infty} \int_{\gamma_1} F_n.$$

4. Dire se esiste una curva γ tale che

$$\lim_{n\to+\infty} \int_\gamma F_n \neq \ell_1.$$

Continua sul retro ... →

ESERCIZIO 3.(3+2) La quantità di materia prima grezza che viene lavorata dalla linea di produzione di una fabbrica in una unità oraria è una variabile aleatoria X distribuita secondo legge normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ di media $\mu = 135$ kg e deviazione standard $\sigma = 9$ kg.

Determinare il valore atteso e la devazione standard della variabile aleatoria Y che modellizza la quantità di materia prima che viene lavorata in un turno di 8 ore. (i.e. $Y = X_1 + X_2 + ... + X_8$, con le X_i variabili aleatorie indipendenti di legge $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$).

La linea di produzione preleva la materia prima grezza da un deposito di stoccaggio di capacità di 1100 Kg; tale deposito viene riempito completamente all'inizio di ogni turno (di 8 ore). Calcolare la probabilità che alla fine di un turno il deposito di stoccaggio non sia completamente vuoto.

NB: Per l'ultimo quesito è sufficiente esprimere la probabilità in termini della funzione di ripartizione della legge normale standard

$$\Phi(\alpha) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-x^2/2} dx.$$