

19-7-2013

	1	2	3	4	5	6	7	8
I	C	C	B	D	B	B	C	B
II	A	C	C	B	C	C	C	A
III	C	B	B	D	A	C	B	C
IV	B	B	C	C	D	B	A	D

Si ricorda che in questa seconda parte le risposte ad ogni domanda devono essere giustificate, risposte giuste ma non giustificate non saranno considerate valide.

**ESERCIZIO 1** Si consideri la funzione  $f(x, y) = -x^3 + -y^3 + 4xy$

- [2] si trovino e si classifichino i punti critici di  $f$ .
- [1] Si trovino il sup e l'inf dei valori assunti dalla funzione su  $\mathbb{R}^2$  e si dica se questi sono massimi o minimi.
- [1] Si trovino il sup e l'inf dei valori assunti dalla funzione su  $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$  e si dica se questi sono massimi o minimi.
- [1.5]\* Si consideri la curva  $\gamma_h$  individuata dall'equazione  $f(x, y) = h$ . Si consideri l'insieme  $H$  dei valori di  $h$  per cui la curva ha qualche punto avente entrambe le coordinate positive

$$H = \{h \in \mathbb{R} \text{ t.c. } \gamma_h \cap \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \neq \emptyset\}$$

e si calcoli  $\sup H$ .

- [1.5]\* Posto  $h_0 := \sup H$ , dire se la curva  $\gamma_{h_0}$  è regolare. Fare un disegno approssimativo della parte di curva  $\gamma_{h_0}$  contenuta in  $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ .

**ESERCIZIO 2.** Si consideri il seguente campo in  $\mathbb{R}^3$ :  $F(x, y) = \begin{pmatrix} -zy \\ zx \\ 0 \end{pmatrix}$ .

- [1.5] Si consideri la porzione di paraboloide  $Z = \{(x, y, z) \mid y^2 + x^2 \leq 1, z = y^2 + x^2\}$ . Si calcoli il flusso di  $F$  lungo  $Z$  (riflettere prima di imbarcarsi in conti esagerati)
- [1.5] Si consideri la seguente famiglia di curve contenute in  $Z$ :  $\gamma_h = \{(x, y, z) \mid z = h, z = y^2 + x^2\}$  con  $0 \leq h \leq 1$ .  
Si scriva  $\gamma_h$  in forma parametrica (dipendente da  $h$ ) e si calcoli il lavoro fatto dal campo lungo ciascuna curva.
- [1] Su quali curve il lavoro è massimo? Su quali è minimo?

Continua sul retro ...  $\rightarrow$

**ESERCIZIO 3.**(2+2+1) Si stima che il tempo medio di durata delle telefonate che arrivano ad un centralino sia uguale a  $\mu = 215''$ . Supponiamo di voler modellizzare tale tempo medio mediante una variabile aleatoria continua  $X$  con legge esponenziale (i.e. con funzione densità  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  per  $x \geq 0$ ). Quale valore dobbiamo assegnare al parametro  $\lambda$ ?

Supponendo valido questo modello, calcolare le quantità seguenti:

$$\text{Var}(X), \quad P(X \geq \mu).$$

Determinare il valore  $T$  in modo che si abbia  $P(X \geq T) = 1/2$ .