

I prova scritta: seconda parte A.

8 giugno 2016

1. Fare uno studio qualitativo delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x} \log x, \quad \text{e} \quad g(x) = 4x \log x,$$

tracciandone i grafici.

Osservare che tali grafici, intersecandosi, individuano una regione limitata D di piano: calcolare l'area di tale regione.

2. Calcolare la soluzione $u = u(t)$ del problema di Cauchy

$$u' = \frac{1}{2}(u^2 - 1), \quad u(0) = u_0$$

nel caso in cui $u_0 \geq 1$. Determinare esplicitamente il massimo intervallo di esistenza e tracciare un grafico qualitativo delle soluzioni trovate (al variare di $u_0 \geq 1$).

Più in generale, fare lo stesso studio per il problema di Cauchy

$$u' = \frac{1}{2}(u^2 - 1), \quad u(t_0) = u_0$$

al variare di $t_0 \in \mathbb{R}$ e $u_0 \geq 1$.

Tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate: risposte giuste prive di giustificazione hanno valore nullo.

Non si possono usare libri ed appunti.

Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano: l'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova

I prova scritta: seconda parte B.

8 giugno 2016

1. Fare uno studio qualitativo delle funzioni

$$f(x) = \log x, \quad \text{e} \quad g(x) = \log^2 x,$$

tracciandone i grafici.

Osservare che tali grafici, intersecandosi, individuano una regione limitata D di piano: calcolare l'area di tale regione.

2. Trovare tutte le soluzioni $u = u(t)$ del problema di Cauchy

$$u' = \sqrt{u}(u + 1), \quad u(0) = u_0$$

nel caso in cui $u_0 \geq 0$. Determinare esplicitamente il massimo intervallo di esistenza e tracciare un grafico qualitativo delle soluzioni trovate (al variare di $u_0 \geq 0$).

Più in generale, fare lo stesso studio per il problema di Cauchy

$$u' = \sqrt{u}(u + 1), \quad u(t_0) = u_0$$

al variare di $t_0 \in \mathbb{R}$ e $u_0 \geq 0$.

Tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate: risposte giuste prive di giustificazione hanno valore nullo.

Non si possono usare libri ed appunti.

Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano: l'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova