

I prova scritta: test A.

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{x}{x+1} \right) = 1/2$$

2.

$$\sup \left\{ \frac{n}{n^2 + 6} + 1 : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \right\} = 6/5$$
$$\inf \left\{ \frac{n}{n^2 + 6} + 1 : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \right\} = 1$$

3. La funzione $f(x) = x^3 - 3x + 7$ è non decrescente su $(a, a + 2)$ se e solo se $a \in] - \infty, -3] \cup [1, +\infty[$

4. La soluzione di $u'' + u' - 2u = 0$, $u(0) = 0, u'(0) = 1$ è

$$u(t) = \frac{1}{3}(e^t - e^{-2t}).$$

5. $\int_{3/4}^1 \frac{dx}{(3-4x)^{1/5}} = -\frac{5}{16}$

6. La serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^{\alpha} (\arctan k) \sin \frac{1}{k^4}$$

converge per $\alpha < 3$.

Cognome:

Nome:

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--

Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile
8 giugno 2016

I prova scritta: test B.

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{x^2}{x^2 + 1} \right) = 0$$

2. Trovare

$$\sup \left\{ \frac{n^2 + 2}{n} - 1 : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \right\} = +\infty$$
$$\inf \left\{ \frac{n^2 + 2}{n} - 1 : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \right\} = 2$$

3. La funzione

$$f(x) = (a - 12)x^3 + 3(a - 12)x^2 + 6x + 7$$

è monotona nondecrecente su tutto \mathbb{R} se e solo se $12 \leq a \leq 14$.

4. La soluzione di $u'' = 2t$, $u(0) = u(1) = 0$ è

$$u(t) = \frac{t^3 - t}{3}.$$

5. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}} = +\infty$

6. La serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^\alpha \arctan k} \log \left(1 + \frac{1}{\sqrt{k}} \right)$$

diverge se e solo se $\alpha \leq 1/2$.

Cognome:

Nome:

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--

Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile
8 giugno 2016

I prova scritta: test C.

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos \left(\frac{\pi x}{2x + 1} \right) = \frac{\pi}{4}$$

2.

$$\begin{aligned} \sup \{ \exp(-(n - 3/2)^2) : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \} &= e^{-1/4} \\ \inf \{ \exp(-(n - 3/2)^2) : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \} &= 0 \end{aligned}$$

3. Il valore minimo della funzione

$$f(x) = x^3 - 3x + a$$

sull'intervallo $[-2, 0]$ è uguale a 5 se e solo se $a = 7$.

4. La soluzione di $u'' + 2u' + u = 0$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 2$ è

$$u(t) = 2te^{-t}.$$

5. $\int_0^{1/e} \frac{dx}{x \log^4 x} = 1/3$

6. La serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+2)^\alpha \arctan k} \arcsin \frac{1}{k}$$

converge se e solo se $\alpha > 0$.

Cognome:

Nome:

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--

Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile
8 giugno 2016

I prova scritta: test D.

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \cos \left(\frac{\pi x}{x+2} \right) \right) = 0$$

2.

$$\begin{aligned} \sup \{ 1 - \exp(-(n - 5/2)^2) : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \} &= 1 \\ \inf \{ 1 - \exp(-(n - 5/2)^2) : n \geq 1, n \in \mathbb{N} \} &= 1 - e^{-1/4} \end{aligned}$$

3. Il valore massimo della funzione

$$f(x) = x^3 - 3x + a$$

sull'intervallo $[-2, 0]$ è uguale a 5 se e solo se $a = 3$.

4. La soluzione di $u'' - 2u' + u = 0$, $u(0) = 0$, $u'(1) = -1$ è

$$u(t) = -\frac{1}{2e} t e^t.$$

5. $\int_1^3 \frac{dx}{(x-3)^{5/3}} = -\infty$

6. La serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} (k^3 + 1)^{\alpha} (1 - e^{-k^2}) \arctan \left(\frac{1}{k^2} \right)$$

converge se e solo se $\alpha < 1/3$.