III prova scritta: test A.

1. Determinare l'insieme degli $x \in \mathbb{R}$ per cui la serie
$$\sum_{k=1}^{\infty} \log^k x$$
converge.

   R: $(1/e, e)$.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin(2x)} - \frac{1}{\tan(2x)}\right).$$

   R: 1

3. Calcolare l'integrale improprio
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$$
o dire che non converge.

   R: π

4. Determinare $a \in (0, +\infty)$ in modo che sia minima la quantità
$$f(a) = \frac{4}{a} + 7a$$

   R:$a = 2\sqrt{7}/7$

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

   R: $y(x) = \tan(\pi/4 + \arctan x) = (1+x)/(1-x)$

6. Sia D la regione limitata compresa tra i grafici $y = \sqrt{2x+1}$ e $y = 2x+1$. Calcolare l'area di D.

   R: $1/12$

III prova scritta: test B.

1. Determinare l'insieme degli $x \in \mathbb{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} x^{k^2}$$

   converge.

   R: $(-1, 1)$.

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{2e^x - \sqrt{4 + 8x}}.$$

   R: $1/2$

3. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 10}$$

   o dire che non converge.

   R: $\pi/3$

4. Determinare $a \in (0, +\infty)$ in modo che sia minima la quantità

$$f(a) = \frac{1}{a} + 2a$$

   R:$a = \sqrt{2}/2$

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' = y \log y \\ y(2) = e \end{cases}$$

   R: $y(x) = e^{x/2}$

6. Sia D la regione limitata compresa tra il grafico della funzione $y = x^2$ e quello di $y = \sqrt{x}$. Calcolare l'area di D.

   R: $1/3$

III prova scritta: test C.

1. Determinare l'insieme degli $x \in \mathbb{R}$ per cui la serie
$$\sum_{k=1}^{\infty} k(k+1)x^k$$
converge.

   R: $(-1, 1)$.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin(2x)} - \frac{1}{2\tan(x)}\right).$$

   R: $1/2$

3. Calcolare l'integrale improprio
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}$$
o dire che non converge.

   R: π

4. Determinare $a \in (0, +\infty)$ in modo che sia minima la quantità
$$f(a) = \frac{5}{a} + 4a$$

   R: $a = \sqrt{5}/2$

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' \tan x - y = 1, \\ y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

   R: $y(x) = 4\sin x - 1$

6. Sia D la regione limitata compresa tra il grafico della parabola $y = x^2$ e la curva di equazione $y = x^3/3$. Calcolare l'area di D.

   R: $9/4$

Cognome:

Nome: **Matricola:** | | | | | | |

Università degli studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile
20 luglio 2016

I prova scritta: test D.

1. Determinare l'insieme degli $x \in \mathbb{R}$ per cui la serie
$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin(x/2^k)$$
converge.

R: $\mathbb{R}$.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\log(1+x)}.$$

R: -1

3. Calcolare l'integrale improprio
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$$
o dire che non converge.

R: $\pi/2$

4. Determinare $a \in (0, +\infty)$ in modo che sia minima la quantità
$$f(a) = \frac{3}{a} + a$$

R: $a = \sqrt{3}$

5. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy
$$\begin{cases} yy' = \frac{1-2x}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

R: $y(x) = (1 + 3x - 3x^2)^{1/3}$

6. Sia D la regione limitata compresa tra il grafico della parabola $y = x^2/2$ e la retta di equazione $y = x$. Calcolare l'area di D.

R: $2/3$