

IV prova scritta: seconda parte A.

8 settembre 2016

1. Sia

$$f(x) = x^2(2 - \log |x|).$$

Mostrare che f è estendibile per continuità a tutta la retta reale; dire se tale estensione risulta derivabile per $x = 0$.

Studiare la funzione f (determinandone il segno, limiti, intervalli di crescita/decrecita, eventuali massimi o minimi locali, intervalli di convessità, ...) e tracciarne un grafico qualitativo.

Calcolare

$$\sup_{x \in [0, +\infty[} f'(x) \quad \text{e} \quad \inf_{x \in [0, +\infty[} f'(x)$$

specificando se si tratti di massimi o minimi.

2. Sia D la regione di piano definita da

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 1\}.$$

(a) Calcolare l'area di D

(b) Calcolare il volume del solido V ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse delle x .

Tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate: risposte giuste prive di giustificazione hanno valore nullo.

Non si possono usare libri ed appunti.

Qualunque apparecchiatura elettronica va lasciata spenta e non a portata di mano: l'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova