I prova scritta: test A.

1. Sia $f(x) = x^3 \log(x/3)$.

$$\inf_{x>0} f(x) = -\frac{9}{e}, \qquad \sup_{x>0} f(x) = +\infty.$$

2. La funzione $f(x) = e^{-2x} - ax^2$ è concava sull'intervallo $[3, +\infty]$ per $a \geq 2e^{-6}$.

3.
$$\lim_{x\to 1} \frac{\sin(\pi/x)}{\sqrt{x} - 1} = 2\pi.$$

4. **Teorema degli zeri.** Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a)f(b) < 0$. Allora esiste $c \in (a, b)$ tale che $f(c) = 0$.

5. Sia $f(x) = \int_1^{x/2} e^{-t^2} dt$.
$$f'(2) = \frac{1}{2e}.$$

6. Per $b > 9/4$ tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $u'' - 3u' + bu = 0$ si annullano infinite volte.

I prova scritta: test B.

1. Sia $f(x) = x^3(1 - \log x)$.

$$\inf_{x>0} f(x) = -\infty, \qquad \sup_{x>0} f(x) = \frac{e^2}{3}.$$

2. La funzione $f(x) = e^{3x} - ax^2$ è convessa sull'intervallo $[-1, +\infty)$ per $a \leq \frac{9}{2e^3}$.

3. $$\lim_{x\to 1} \frac{\cos(\frac{\pi}{1+x})}{\log x} = \frac{\pi}{4}.$$

4. **Teorema di Weierstrass.** Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ è una funzione continua allora f ammette massimo e minimo sull'intervallo $[a, b]$.

5. Sia $f(x) = \int_1^{2x} e^{-2t^2} dt$.

$$f'(1/2) = \frac{2}{e^2}$$

.

6. Per $|b| < 6$ tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $u'' - bu' + 9u = 0$ si annullano infinite volte.